

偏心受压配筋混凝土构件徐变的计算方法*

饶 瑞¹, 王荣辉², 刘爱荣¹

(1. 广州大学—淡江大学工程结构灾害与控制联合研究中心, 广东 广州 510006;
2. 华南理工大学土木与交通学院, 广东 广州 510640)

摘 要: 针对偏心受压配筋构件徐变计算较为繁琐的现状, 提出一种考虑钢筋作用的混凝土徐变应变实用计算方法。通过定义钢筋有效面积来反映构件配筋对徐变的影响, 并根据弯矩等效的原则建立钢筋实际面积与有效面积的换算关系。根据各层钢筋在截面应力形心处的等效面积 (有效面积) 获得截面的有效配筋率, 进而可参照轴心受压构件徐变应变计算过程中对钢筋作用的处理方式, 计算截面的徐变应变。算例表明, 该方法的计算精度与老化系数法相当。由于避免了繁琐的净截面特性计算过程和方程组建立、求解过程, 在使用上更为方便, 可用于偏心受压构件, 尤其是多层配筋的偏心受压构件的徐变计算。

关键词: 偏心受压构件; 多层钢筋; 徐变; 徐变应力

中图分类号: U441 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2011) 03-0057-05

A Creep Analysis Method for Reinforced Concrete Members under Eccentric Compression

RAO Rui¹, WANG Ronghui², LIU Airong¹

(1. Guangzhou University-Tamkang University Joint Research Center for Engineering Structure Disaster Prevention and Control, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China;
2. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: A creep analysis method for reinforced concrete members under eccentric compression is presented as considering the effect of steel reinforcements on creep. Effective area is defined to quantify the effect of steel reinforcement on creep. The relationship between the effective area and the actual area of steel reinforcement is obtained by the principle of bend moment equivalent. The effective reinforcement ratio is derived. With this ratio, the creep stress of reinforced concrete members under eccentric compression can be calculated like those under axial compression. Numerical examples are given to illustrate the application of the proposed approach. It is shown, through the examples, that the proposed method is well-matched in the accuracy with the method which makes use of the aging coefficient. Avoiding calculating the characteristic of the net concrete section and solving the algebraic equations, the proposed method is convenient in use. It is suitable for the creep analysis of reinforced concrete members under eccentric compression, especially for the members with multi-layers of steel reinforcements.

Key words: reinforced concrete members under eccentric compression; multi-layers of steel; creep; creep stress

* 收稿日期: 2010-09-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50978062); 广东省自然科学基金资助项目 (9151065004000002); 广东省科技计划资助项目 (2010A030200014); 广州市建委专项科技资助项目 (2004047)

作者简介: 饶瑞 (1978-), 男, 博士; 通讯作者: 刘爱荣; E-mail: randomr@126.com

在配筋构件中,混凝土的徐变将受到钢筋的抑制^[1-4]。如何在徐变计算中考虑钢筋的这种抑制作用,国内外学者在长期的试验和研究的基础上先后提出了多种方法,分为理论型和实用型两种。比较典型的理论型方法有 Dischinger 微分方程法^[1]、老化系数法和胡狄提出的影响系数法等^[5-6]。理论型方法多数是基于钢筋与混凝土的变形协调关系推导得到,具有明确的物理意义和较高精度,但计算公式比较复杂,不便于应用。至于实用型方法,则以 ACI435^[7]、ACI318^[8]、CEB-FIP1970^[9]、Pietorius 法和我国的《混凝土结构设计规范》中的方法为代表^[10-11]。其计算公式或是根据试验数据拟合得出,或是根据纯弯或纯压构件的受力和配筋特点做出简化、假设,然后再推导而得,虽然便于应用,但都有其适用范围。对于不同受力类型的构件,有时误差较大^[12]。

由于预应力的作用,预应力混凝土桥梁截面的受力状态以偏心受压为主。这类构件,超出了实用型计算方法的适用范围,而对其采用理论型方法则非常难以计算,尤其是当钢筋的层数超过 2 层时,计算公式需要重新推导,其过程更加复杂。为此,本文以偏心受压构件为研究对象,利用弯矩等效的思想,参照 CEB-FIP1970 对钢筋作用的处理方式,提出一种便于应用而又具有一定精度的考虑钢筋对徐变影响的计算方法。

1 基本假定

本文分析基于如下假定:

- 1) 构件的平截面假定在任一时刻均成立;
- 2) 混凝土受力后的瞬时弹性应变和长期应变均与应力呈线性关系,服从 Boltzman 叠加原理;
- 3) 钢筋与混凝土之间粘结良好,无相对滑移;
- 4) 混凝土在拉应力和压应力下具有相同的徐变规律。

上述假定,实际上也是绝大多数配筋构件徐变研究工作的前提。

2 钢筋对徐变的影响

钢筋对徐变的影响问题实际上是徐变二次应力在混凝土和钢筋之间的应力重分布问题。下面以最简单的中心配筋的轴心受压圆柱构件(如图 1)为例加以说明。

当混凝土产生徐变时受到了钢筋的抑制作用,截面将产生应力重分布。由于无新的外力作用,这种重分布只是体系内应力的重新调配,并不对外荷

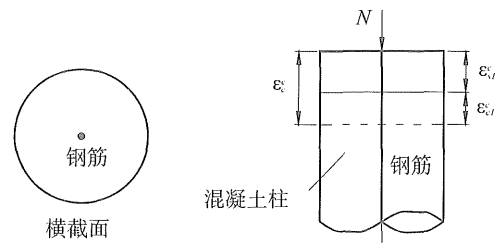


图 1 钢筋混凝土徐变变形

Fig. 1 Creep of reinforced concrete

载产生影响,所以有

$$N_c^c + N_s^c = 0 \quad (1)$$

式中: N_c^c 为混凝土轴向内力的增量; N_s^c 为钢筋轴向内力的增量。

构件产生内力重分布后,其应变如图 1 所示。图中 ε_c^c 为混凝土的自由徐变量, ε_{c1}^c 为在钢筋的约束作用下混凝土应变的恢复量, ε_{s1}^c 为产生徐变后钢筋的应变增量。由于变形协调,钢筋的应变增量即为钢筋混凝土的实际徐变量。 ε_{s1}^c 和 ε_{c1}^c 可表示为

$$\varepsilon_{s1}^c = \frac{N_s^c}{E_s A_s}, \quad \varepsilon_{c1}^c = \frac{N_c^c}{E_c A_c} \quad (2)$$

根据徐变理论,混凝土的自由徐变量为

$$\varepsilon_c^c = \varepsilon(t_0) \varphi \quad (3)$$

式中: $\varepsilon(t_0)$ 为混凝土初始应变; φ 为徐变系数。

由图 1 可知:

$$\varepsilon_c^c = \varepsilon_{s1}^c + \varepsilon_{c1}^c \quad (4)$$

将式 (2) 和式 (3) 代入式 (4) 得:

$$\frac{N_s^c}{E_s A_s} - \frac{N_c^c}{E_c A_c} = \varepsilon(t_0) [1 + \varphi] \quad (5)$$

联立 (1)、(5) 式可解得:

$$\varepsilon_{s1}^c = \frac{1}{1 + n_E \rho} \varepsilon(t_0) \varphi \quad (6)$$

式中: $n_E = E_s/E_c$ 为钢筋和混凝土的弹性模量比; $\rho = A_s/A_c$ 为配筋率。

在 CEB-FIP 1970 中^[9], 定义:

$$k = 1/(1 + n_E \rho) \quad (7)$$

采用系数 k 来描述钢筋对徐变的约束作用。因此,考虑钢筋影响的徐变应变可表示为

$$\varepsilon_{s1}^c = k \varepsilon(t_0) \varphi \quad (8)$$

3 偏心受压配筋构件徐变应变实用计算公式

式 (7) 和式 (8) 仅适用于轴心受压构件,严格上讲,仅适用于对称配筋的轴心受压构件。该类构件中钢筋对徐变的影响仅与钢筋面积有关。这是式 (7) 和式 (8) 适用的前提。

对于偏心受压构件，由于钢筋和截面应力的分布都是不均匀的，使得各层钢筋对徐变的影响也不尽相同。此时，钢筋对徐变的影响不仅仅与钢筋面积有关，还与钢筋位置（可量化为钢筋与截面下缘或上缘的距离，或钢筋到中性轴的距离）及钢筋处的应力有关。可以发现，钢筋面积、应力和距离三者的乘积恰好是对于某点的弯矩。因此，利用弯矩等效的原则，可将各层钢筋向同一位置等效，将各层钢筋的位置和应力差别转化为钢筋面积的增大或缩小。通过转化，钢筋对徐变的影响可用钢筋面积来综合反映。本文中称该综合反映钢筋对徐变影响的换算面积为有效面积。换算后，钢筋对徐变的影响仅与钢筋面积（有效面积）有关，满足式（7）和式（8）的使用要求，可用式（7）和式（8）计算截面的徐变应变。

下面以配有 n 层粘结钢筋的混凝土矩形截面偏心受压构件为例，推导各层钢筋有效面积的换算公式。

图 2 给出了截面尺寸、配筋情况和初始应变情况。图中， $\varepsilon_a(t_0)$ 和 $\varepsilon_b(t_0)$ 分别为截面上缘和下缘的初始应变； $A_{si}(i = 1, 2 \dots n)$ 表示第 i 层钢筋的面积； $\alpha_{si}h$ 表示第 i 层钢筋的重心到截面上缘的距离； h_x 为混凝土应力形心到截面下缘的距离； h_y 表示中性轴到截面下缘的距离。

为方便起见，忽略钢筋对混凝土的挖空作用，根据假定 1) 和图 2，有：

$$h_x = \frac{2\varepsilon_a(t_0) + \varepsilon_b(t_0)}{3[\varepsilon_a(t_0) + \varepsilon_b(t_0)]}h \quad (9)$$

$$h_y = \frac{\varepsilon_b(t_0)}{\varepsilon_a(t_0) - \varepsilon_b(t_0)}h \quad (10)$$

根据假定 1)、假定 3) 和图 2，利用弯矩等效的思想，对于混凝土有：

$$E_c \cdot \frac{\varepsilon_a(t_0) + \varepsilon_b(t_0)}{2} \cdot h \cdot b \cdot (h_y + h_x) = E_c \cdot A_{ce} \cdot \varepsilon_x(t_0) \cdot (h_y + h_x) \quad (11)$$

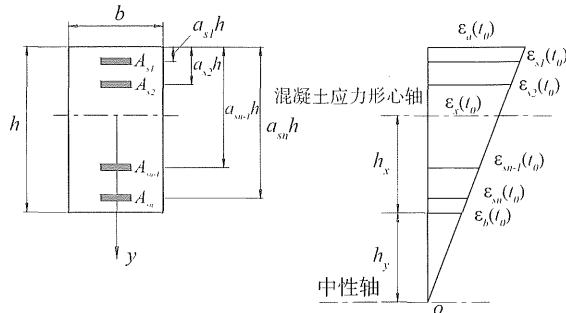


图 2 偏心受压构件截面及初始应变示意图
Fig. 2 Section of the member under eccentric compression and its initial strain

对于第 1 层钢筋有：

$$E_s \cdot \varepsilon_{s1}(t_0) \cdot A_{s1} \cdot (h + h_y - \alpha_{s1}h) = E_s \cdot A_{s1e} \cdot \varepsilon_x(t_0) \cdot (h_y + h_x) \quad (12)$$

式（11）和式（12）中： A_{ce} 、 A_{s1e} 分别为截面混凝土、第 1 层钢筋在混凝土应力形心处的等效面积，或称为有效面积， E_c 和 E_s 分别为混凝土和钢筋的弹性模量。

根据式（11）和式（12），可得：

$$A_{ce} = \frac{\varepsilon_a(t_0) + \varepsilon_b(t_0)}{2\varepsilon_x(t_0)}A_c \quad (13)$$

$$A_{s1e} = \frac{\varepsilon_{s1}(t_0) \cdot (h + h_y - \alpha_{s1}h)}{\varepsilon_x(t_0) \cdot (h_y + h_x)}A_{s1} \quad (14)$$

其中： $A_c = hb$ 。

定义混凝土应力形心处的钢筋有效面积与混凝土面积的比值为有效配筋率，并记第 1 层钢筋的有效配筋率为 ρ_{e1} ，则有：

$$\rho_{e1} = A_{s1e}/A_{ce} \quad (15)$$

根据假定（1）和图 2，又有：

$$\varepsilon_{s1}(t_0) = \varepsilon_b(t_0) + [\varepsilon_a(t_0) - \varepsilon_b(t_0)](1 - \alpha_{s1}) \quad (16)$$

将式（13）、式（14）和（16）代入式（15），整理可得：

$$\rho_{e1} = \frac{[\varepsilon_a(t_0)(1 - \alpha_{s1}) + \varepsilon_b(t_0)\alpha_{s1}]^2}{[\varepsilon_a(t_0)]^2 + \varepsilon_a(t_0)\varepsilon_b(t_0) + [\varepsilon_b(t_0)]^2} \cdot \rho_1 \quad (17)$$

其中： $\rho_1 = A_{s1}/A_c$ 。

同理，对于第 i 层钢筋，可写出其在混凝土应力形心处的有效面积 A_{sie} ，如式（18），以及钢筋应力 $\varepsilon_{si}(t_0)$ ，如式（19）。

$$A_{sie} = \frac{\varepsilon_{si}(t_0) \cdot (h + h_y - \alpha_{si}h)}{\varepsilon_x(t_0) \cdot (h_y + h_x)}A_{si} \quad (18)$$

$$\varepsilon_{si}(t_0) = \varepsilon_b(t_0) + [\varepsilon_a(t_0) - \varepsilon_b(t_0)](1 - \alpha_{si}) \quad (19)$$

根据式（13）、式（18）和式（19），可得第 i 层钢筋的有效配筋率：

$$\rho_{ei} = \frac{[\varepsilon_a(t_0)(1 - \alpha_{si}) + \varepsilon_b(t_0)\alpha_{si}]^2}{[\varepsilon_a(t_0)]^2 + \varepsilon_a(t_0)\varepsilon_b(t_0) + [\varepsilon_b(t_0)]^2} \cdot \rho_i \quad (i = 2 \dots n) \quad (20)$$

其中： $\rho_i = A_{si}/A_c$ 。

式（17）和式（20）可统一表示为

$$\rho_{ei} = \frac{[\varepsilon_a(t_0)(1 - \alpha_{si}) + \varepsilon_b(t_0)\alpha_{si}]^2}{[\varepsilon_a(t_0)]^2 + \varepsilon_a(t_0)\varepsilon_b(t_0) + [\varepsilon_b(t_0)]^2} \cdot \rho_i \quad (i = 1 \dots n) \quad (21)$$

记 $\mu_i = \frac{[\varepsilon_a(t_0)(1 - \alpha_{si}) + \varepsilon_b(t_0)\alpha_{si}]^2}{[\varepsilon_a(t_0)]^2 + \varepsilon_a(t_0)\varepsilon_b(t_0) + [\varepsilon_b(t_0)]^2}$ ，则式（21）可表示为

$$\rho_{ei} = \mu_i \cdot \rho_i \quad (i = 1 \cdots n) \quad (22)$$

因此,截面的有效配筋率可表示为

$$\rho_e = \sum_{i=1}^n \rho_{ei} = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot \rho_i \quad (23)$$

根据式 (23) 和式 (7)、式 (8), 可求得混凝土应力形心处的徐变应变为

$$\Delta \varepsilon_x(t, t_0) = \varepsilon_x(t_0) \varphi / (1 + n_E \rho_e) \quad (24)$$

在计算随时间变化的力所产生的徐变变形时, 考虑到混凝土老化对徐变的影响, 式 (24) 中的 n_E 应取为按龄期调整的钢混弹模比值。

4 验证和讨论

如引言所述, 老化系数法是一种具有明确的物理意义和较高精度的配筋截面徐变应变计算方法。该方法用代数方程来表示混凝土和钢筋之间的位移协调条件, 通过求解代数方程组来获得截面的徐变应变。由于应用起来相对其他理论型方法方便, 因此该方法最为广泛接受, 常被用于求解偏心受压配筋构件的徐变应变。

本文以配有 2 层黏结钢筋的矩形截面为例 (如图 3), 分别用老化系数法和本文推导公式对其应力形心处的徐变应变进行计算。通过对比本文方法和老化系数法对同一算例的计算结果, 对本文方法的可行性做出评价。

矩形截面的尺寸为高 50 cm, 宽 20 cm, 固定不变, 而其他计算参数在工程实际的范围内随机取值, 取值范围如表 1。在表 1 所示的取值范围内, 共抽出 26 组计算参数, 形成 26 个不同配筋形式和受力状态的算例。各算例用老化系数法 (文献方法)

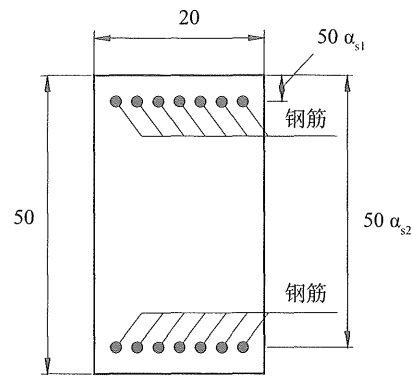


图 3 算例截面示意图

Fig. 3 Section of the example

和本文方法计算的应力形心处徐变应变如表 2。为更直观反映两种计算结果的近似程度, 以表中本文方法计算的结果为横轴坐标值, 老化系数法的计算结果为纵轴坐标值, 作图如图 4。对图中各点进行线性回归, 得 $y = 1.0026x$, 其线性相关系数 $R^2 = 0.9907$ 。线性回归结果表明, 本文公式和老化系数法的结果总体上非常相近, 从而也证明了本文公式在工程实际中是行之有效的。

表 1 计算参数变化范围表

Table 1 Ranges of calculation parameters

| 计算参数 | 变化范围 | 计算参数 | 变化范围 |
|----------------------------|-------------------|----------------------------|-----------|
| $\rho_1/\%$ | 0 ~ 3 | $\rho_2/\%$ | 0 ~ 3 |
| α_{s1} | 0.1 ~ 0.4 | α_{s2} | 0.6 ~ 0.9 |
| $\sigma_a(t_0)/\text{MPa}$ | -1.5 ~ 10 | $\sigma_b(t_0)/\text{MPa}$ | -1.5 ~ 10 |
| φ | 0 ~ 3 | χ | 0.5 ~ 0.9 |
| E_s/MPa | 2.1×10^5 | n_E | 5.5 ~ 7.5 |

表 2 两种方法的计算结果¹⁾

Table 2 Results from two methods

| 算例编号 | 本文方法/ $\mu\varepsilon$ | 文献方法/ $\mu\varepsilon$ | 误差/ $\%$ | 算例编号 | 本文方法/ $\mu\varepsilon$ | 文献方法/ $\mu\varepsilon$ | 误差/ $\%$ |
|------|------------------------|------------------------|----------|------|------------------------|------------------------|----------|
| 1 | 108 | 111 | -2.70 | 14 | 160 | 157 | 1.91 |
| 2 | 117 | 117 | 0.00 | 15 | 167 | 167 | 0.00 |
| 3 | 120 | 122 | -1.64 | 16 | 173 | 169 | 2.37 |
| 4 | 121 | 121 | 0.00 | 17 | 176 | 172 | 2.33 |
| 5 | 125 | 127 | -1.57 | 18 | 183 | 182 | 0.55 |
| 6 | 125 | 127 | -1.57 | 19 | 186 | 192 | -3.13 |
| 7 | 131 | 132 | -0.76 | 20 | 189 | 188 | 0.53 |
| 8 | 139 | 138 | 0.72 | 21 | 191 | 192 | -0.52 |
| 9 | 147 | 149 | -1.34 | 22 | 191 | 191 | 0.00 |
| 10 | 146 | 146 | 0.00 | 23 | 199 | 207 | -3.86 |
| 11 | 153 | 155 | -1.29 | 24 | 202 | 202 | 0.00 |
| 12 | 158 | 154 | 2.60 | 25 | 202 | 197 | 2.54 |
| 13 | 158 | 163 | -3.07 | 26 | 220 | 220 | 0.00 |

1) 误差 = (本文方法 - 文献方法) / 文献方法

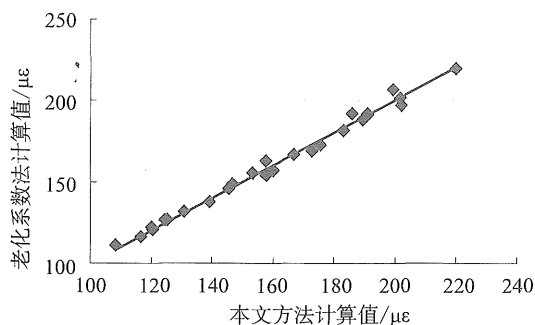


图4 本文方法与老化系数法计算结果关系图

Fig. 4 Relationship of results from two methods

虽然本文公式和老化系数法的计算结果在总体上非常相近,当对于某一具体算例而言,还是存在一定的误差。在本文抽出的26种算例中,两种方法计算结果最大的误差为3.86%。产生误差的原因主要在于本文方法在计算混凝土截面应力形心到截面底部距离和截面配筋率时作出了近似的处理,即用毛截面面积代替了净截面的面积,从而得出了如式(9)等的近似的计算公式。如果要考虑钢筋对混凝土的挖空作用,则推导过程比较麻烦,且得出的公式比较复杂。实际上,从26个算例的计算结果中可以看出,这种近似处理造成的精度损失并不大,可见,这种近似处理方式是可行的。在实际工程中应用基于上述处理方式得出的计算公式既能避免较为繁琐的计算,又能保证一定的计算精度。

上述算例表明,本文方法在计算精度上与老化系数法相当。在应用上,本文方法则比老化系数法更为简便。在运用老化系数法时,必须先计算出混凝土净截面的重心位置,各层钢筋重心与混凝土净截面重心轴的距离和混凝土净截面的回转半径。上述截面特性在本文方法的使用过程中均不涉及。因此,采用本文方法可避免繁琐的净截面特性计算过程。另一方面,采用本文方法求解截面徐变应变只需进行简单的代数运算,与老化系数法中必须建立并求解代数方程组的做法相比更为方便。尤为重要的是,在运用本文方法求解具有多层配筋构架的徐变应变时,用同一公式可对不同层钢筋面积进行换算,截面配筋层数的增加不会使计算过程复杂化。而对于老化系数法,随着配筋层数的增加,除了必须对截面特性重新计算外,代数联立方程组的元数也随之增加,这将给求解工作带来了相当的难度。

5 结论

本文引入钢筋有效面积的概念,用钢筋有效面积来量化偏心受压构件不同层钢筋对徐变的不同影

响。利用弯矩等效的思想,建立各层钢筋实际面积与有效面积的换算关系。在将钢筋面积进行换算后,可根据有效面积可计算截面有效配筋率,从而可以参照轴心受压构件徐变应变计算过程中对钢筋作用的处理方式,计算考虑钢筋作用的截面徐变应变。算例证明,该方法具有较好精度。由于避免了繁琐的净截面特性计算过程和方程组建立、求解过程,本文方法在应用上更为方便。

必须注意的是,本文方法的应用必须以截面不开裂为前提。由于目前多数的混凝土桥都采用全预应结构,因此,这个前提基本是能够满足的。本文方法的提出有其工程实际意义。

参考文献:

- [1] DILGER W H. Creep analysis of prestressed concrete structures using creep-transformed section properties [J]. PCI Journal, 1982, 27(1): 98 - 118.
- [2] 长沙交通学院 PPC 课题组. 部分预应力混凝土公路梁桥截面设计原理研究第三子题研究报告 [R]. 中国交通部科技局, 1990.
- [3] American Concrete Institute. Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures [R]. Manual of Concrete Practice: ACI 209R - 92, Farmington Hills, 1992.
- [4] 张俊平, 李永河, 黄道沸. 连续结合梁桥采用顶升技术的探讨 [J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2002, 41(2): 32 - 36.
- [5] 周履, 陈永春. 收缩 徐变 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1994: 115 - 179.
- [6] 胡狄. 预应力混凝土桥梁徐变效应分析 [D]. 长沙: 中南大学, 2003.
- [7] ACI Committee. ACI 435. Control of deflection in concrete structures [S]. USA: American Concrete Institute, 1995.
- [8] ACI Committee. ACI 318. Building code requirements for reinforced concrete [S]. USA: American Concrete Institute, 1995.
- [9] 孙海林, 叶列平, 杨孚衡. 城市轨道交通预应力混凝土连续梁桥的收缩和徐变分析 [J]. 公路交通科技, 2005, 22(1): 89 - 92.
- [10] PIETORIUS P C. Deflection of reinforced concrete members: a simple approach [J]. ACI Journal, 1985, 82(6): 805 - 812.
- [11] 中华人民共和国建设部. GB 50010 - 2002 混凝土结构设计规范 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [12] 孙海林, 叶列平, 冯鹏. 钢筋混凝土梁长期变形的计算 [J]. 工程力学, 2007, 24(11): 88 - 92.